Group theoretical characterizations
of rationality
j/w A. Regeta & I. van Santen
X variety ~> Bir (×)
Thm (RUrs): If Bir(x) = Bir(An)
then X is birational to Pn
Cantat; Cantat-Xie: Jf dim X 5 M and Bir (x) = Bir (P ⁿ) => x S P ⁿ .
Thm (RHvs): Jj Bir (x) = Bir (P'xY) for some Y, then X is birational to P'x Z for some Z.

$\frac{Thm}{Manifolds} (Filipkiewicz, '82): M, N smoothmanifolds. Jf Diff(M) \simeq Diff(N),then M \simeq N.$
$\frac{Thm}{Manifolds.} \begin{array}{l} (Whittaker, '62): M, N compach \\ manifolds. If Homeo(M) \cong Homeo(N), \\ then M \cong N. \end{array}$
Thm (cantat, Reseta, Xie (23)
X affine variety s.t. Aut(X)=Aut(1A")
then $X \simeq \mathbb{A}^n$.
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Algebraic families of birational trans for mations "Bir(X) can be seen as a -dim'l gervalizations of alg. grps." O: VXX - ---- VXX viely (v_{1}, z_{2}) (----) $(v_{1}, O_{2}(v_{1}, z_{2}))$ s.t. U and W surject to V. \rightarrow So: V \rightarrow Bir(X) morphisms. Zariski top. on Bir(x) is the finest topology s.t. all morphisms are continuous.

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		nestio un Bir	n: Js iver Sal (X) Z	there some
· · ·	Ē		X proj	$\rightarrow Aut(x)$
				group scheme
• •			affire	$\rightarrow Aat(X)$ is
• •	• •		· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
••••	• •			an ind-group
• •	• •			
• •	• •			
••••				
• •				
••••	• •	· · · · ·		
	• •			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
• •				
	• •			
• •	• •			
• •	• •			
• •				
	• •			
	• •			
• •				

Definition. An <i>ind-variety</i> is a set X together with an ascending filtration $X_1 \subset X_2 \subset \cdots \subset X$ such that: (1) $X = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} X_n$, (2) X_k has the structure of an algebraic variety for all $k \in \mathbb{N}$, (3) $X_k \subset X_{k+1}$ is closed.
An ind-srp. is a grp. object in this category.
Blanc - Furter: Bir (P ⁿ) is rot an ind-group.
Hanamura: Consider Bir(X) as an open subset of Hilb(X x X)
-) scheme structure on Bir(X) • only parametrizers glat familie, of biral (frans f.
. .

Theorem 1.1 (Lemma 4.3, Corollary 4.4). Let X be an irreducible variety. There exists a countable sequence of varieties H_d and morphisms $\pi_d: H_d \to Bir(X)$ for $d \geq 1$ such that the following is satisfied:

- (1) The morphisms π_d are closed maps and the Zariski topology on Bir(X) is the inductive-limit topology with respect to the filtration by the closed algebraic subsets $\pi_1(H_1) \subseteq \pi_2(H_2) \subseteq \cdots \subseteq Bir(X)$.
- (2) Let V be a variety and $\rho: V \to Bir(X)$ be a morphism. Then there exists an open covering $(V_i)_{i \in I}$ of V such that for each i the restriction of ρ to V_i factors through a morphism of varieties $V_i \to H_{d_i}$ for some $d_i \geq 1$.



Theorem 1. phism to Bir(2 (Corollary 5.4). The image of a constructible subset under a mor- (X) is again constructible.
	$\gamma \gamma \gamma \rho$
P -	G - Ric(X) marching
	that is also
	group honomorph.
· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
+ hen	S(G) is an alg. group
	in Rin (r)
Theorem 1.3	(Proposition 6.1). Let $G \subset Bir(X)$ be a finite-dimensional, closed,
$connected \ subg$	roup. Then G has a unique structure of an algebraic group.

T: X -> Y dominant morphism
Bir (X, TT) = Bir (X) sulsap. of ells preserving this
fibration.
$Bir(X/y) \subseteq Bir(X)$ subgrp. of
IT-invariant elements
group hom. Bir (K, m) -> Bir (Y)
K = K(Y) X _K geometric seneric
filer of Th
$\mathcal{D}(\mathcal{C}(\mathcal{C},\mathcal{C})) \rightarrow \mathcal{C}(\mathcal{C}(\mathcal{K}))$
Theorem 1.6 (Proposition 7.5, 7.8). The homomorphisms $Bir(X, \pi) \to Bir(Y)$ and $Bir(X/Y) \to Bir(X_K)$ are continuous.
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Borel	subgroups of Bir (X)
De J: is su	A <u>Borel</u> <u>subgroup</u> of Dir(x) a maximal connected solvable Sgroup.
E_{x} : Subs	Standard Bore ($B_n \subseteq Bir(\mathbb{P}^n)$ -p. of elts of the form $(x_n) (\dots) (c_1 x_1 + d_1, \dots, c_n(x_1, \dots, x_{n-1}) x_n)$ $+ d_n(x_1, \dots, x_{n-1})$
Popor	has derived lensth 2n.

		٠			•	• •	0		•	•		•	0		0	•	•	0	•	•	•	•	•	•	• •	•
•	•	•		•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•
F	~~	fe		- '	۰ŀ	(e	d	l c	1	0	٠	C	(a	S	sì	ł	e	Л	•	٠	D	0	6	C	н (т	•
	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	•	Đ	•		· ·	•	• ·		.7		•	•	•	•	•	• •	•
	S,r	γ S	5		o l	np	0S				ł	•		5	\hat{c}	([[).	•	•	•	•	•	• •	•
	•	•		•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•
	٠				•					٠	٠	٠	•	•	٠	٠		٠	•	٠	*	•	٠	٠	• •	•
•	٠			٠	•	• •	٠			•	٠	•	•	•	٠			٠	•	•	•	•	•	•		•
	•	•		•	•		•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		
•				٠	٠	• •	0		٠	٠		٠				٠	٠			0		•			• •	•
•			•			• •						•	•	•				•		•			•		• •	•
•	٠	٠	•	•	•	• •	٠			•	•	٠	•	•	٠	٠		٠		•	•		•	•	• •	•
	•	•		•	•		•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		
							•								•										• •	•
•													•	•		٠									• •	•
	٠	٠	•	٠	•	• •	٠			٠	٠	٠	•	•	٠	٠		٠	٠	•	•	•	•	•		•
	•	•		•	•	• •	•		•	•	•	•			•	•	•	•	•	•			•	•		
• •	٠	٠	•				٠							•	٠					•						•
			•	٠	٠		٠			0	٠	٠	0	•	٠	٠	٠		*	•	•	•	0		• •	٠
rou hat	one ps d are	of d nor	1.4 istin 1-co	. Fo nct o njug	or (der: gate	ever ived e to	ry n l ler the	t ≥ ngth : sta	2, n. 1 and	tn In j lare	e C par d B	rei tica lore	nor ular el si	na r, E ubgi	groa Bir(] rou _l	$p \mathbb{P}^n)$		(P ^{rr} onte	in:	aan s B	nits Sore	s E el 3	sor sub	et : gro	suo vup.	- S
*	•	•		•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		
و م) -	CA	nr	1.4.4	, <u> </u>	خ	•		'n			. 1			•	· /				ହ		•				•
						. S	•		9	. И		S F	70	Ч.	0	E	5	٠	*	[]	? ſ	0	\sim		•	•
				•	٠	• •	٠		•	•	٠	•	•	•	٠			٠	•	•	•	•	•	•	• •	
											•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•																					
•	•	•		•	•	• •	•	0	•	0	•	•	0			•	•	•	*	•	•	•	•	•	• •	•

Some ideas that go into the proofs
Para liste andiaste
KOSENTICUE GUOFIENTS.
Definition 3.1. Let $G \subseteq Bir(X)$ be a subgroup. A morphism $\pi: X \to Y$ is called a <i>geometric quotient</i> for G , if π is surjective, open, its fibres are G -orbits, and for every open subset $U \subseteq Y$ the morphism π induces an isomorphism $\mathcal{O}_Y(U) \xrightarrow{\sim} \mathcal{O}_X(\pi^{-1}(U))^G$ to the G -invariant functions on $\pi^{-1}(U)$. A morphism $\pi_0: X_0 \to Y$ is called <i>Rosenlicht quotient</i> for G , if X_0 is an open, dense G -stable subset of X and π_0 is a geometric quotient for G .
· · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Theorem 3.3. Let $G \subseteq Bir(X)$ be a subgroup that is generated by irreducible algebraic subsets of $Bir(X)$, where each of them contains id_X . Then G admits a Rosenlicht quotient with irreducible fibres and $\mathbf{k}(X)^G$ is algebraically closed in $\mathbf{k}(X)$.
/ Si Si A Ectuer G
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
has dense or bef
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
$ \begin{array}{c} & & & \\ & $
\sim
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
nice quotient
and G has dense or sit Xx

Descent of unipotent elements Def. g G Bir(X) is unipotent if it is contained in a unipotent als, sasgrp. $\pi: \mathcal{X} \longrightarrow \mathcal{Y}$ dominant morphism K = k(Y) XK geom. generic fiber of Tr Bir (X/y) $\subseteq Bir(X_{\kappa})$ **Proposition 4.2.** Let $\sigma \in Bir(X/Y)$. Then $\sigma_K \in Bir_K(X_K)$ is unipotent if and only if $\sigma \in Bir(X/Y)$ is unipotent. $TT: A^2 \longrightarrow A'$ $(x,y) \longmapsto y$ Exi $Q: (z, y) \mapsto (f(y)z, y)$ $J \in k(Y)^*$ Q_K is in Bic_K(A'_K) contained in alg. youp. but le in in Bir (A2) cartained in aly gop. not

· · · ·	¥:	, (∽ ,	、よ) ~~~((~ +	f(y), y)
· · · ·	YK		anipotent		Birk(A'r)
· · ·	Cl		unipotent	้ำ	Bir (1A2).
· · · ·	· · · · · ·			· · · · ·	
· · · ·	· · · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·
· · · ·	· · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·
· · · ·	· · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·
· · · ·	· · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · · · · ·
· · · ·	· · · · · ·	· · · · ·		· · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·
· · · ·	· · · · · ·	· · · · ·		· · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·
· · · ·	· · · · · · ·	· · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·
· · · ·	· · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·
· · · ·	 	· · · · ·		· · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·

				· · ·								9	. (-	<u> </u>		. /		. • 0		•	.ر 	. (<u> </u>		<u> </u>			د
•			•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•
•	. (J	1.1	ž		X	-	4	4	Ġ	٠	٠	٠	•	٠	0	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠		٠	٠	٠	٠	٠	٠
		•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•		٠	٠	0						٠						•		0				٠	٠			۰				٠
•	• •	٠	•		٠	٠	*	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠		•	٠		٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	•	٠	٠	٠	٠
		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•
•				٠	٠			•			٠	•		*	٠		٠	٠			٠		•		٠					
•		٠	٠	٠	•							٠	٠		٠			•			٠		٠	٠		٠	٠			
		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
•	• •	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠		٠	٠	٠	٠	0		٠	٠	٠	٠	0	٠	٠		•		٠	•	٠	•
•				0	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠		٠		•	٠		٠	•	۰	٠	٠	۰	•	٠	•	٠		٠
•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•			٠	٠	·	٠	۰	٠	٠			٠	٠		٠			•	٠		٠	٠	۰	٠		٠	٠	•		٠
•	• •			٠		٠	٠	•	٠	•	•	•		•	٠		٠	٠	٠	•	٠	٠	•	٠	٠			٠	•	٠
																														•
	• •	•	•	•	•	•	•	•	•					•			•						•							
۰ ۲	 	ren	n 6	5.1		.et	, G	, E			Bir	•(Х		be	cla) Se	d d	con		ecte	ed	CO	mr	nut	tat	ive		on	-tr	ivi
Гh sul G-	eoi ogro con ent	rem ups jugo fro	n 6 . A ncy	5.1 .ss [.] cl	. I um ass id	let e t ci	G tha los tit	t, E t C ure	[<u>(</u> ;; 1 ;; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$	Bir ma her	r(X aliz n E mi	C) zes Bir(be H(X)	clo ar) co th	ose nd ont H	d d tha tai	cor at ns	nne H ur	ecto is nipo	ed co ote	co vea ent	mr red ele	nut by em	tat cent	ive our ts t	: n nta tha	on bly t d	-tr y n are	ivi 1a1 di
Гh sul З- fer	eoi ogro con ent	ren ups juga fro	n 6 . A ncy m 1	5.1 .ss ⁻ cl	. L um ass id	let e t ci en	G tha los tit	t, E t C ure y a	[(G r es. nd	=] nor Ti ! co	Bir rma her om	r(X aliz n E mı	C) zes Bir(ute	$be \\ H \\ [X] \\ wi$	clo ar) co th	ose 1d 0nt H	d d tha tai	cor at ns	nne H ur	ecto is nipo	ed co ote	co vea ent	mr red ele	nut by em	tat co ent	ive our ts	n nta tha	on blų t	-tr y n are	ivi 1ai di
Γh sul G- fer	eoi ogro con ent	ren ups jugo fro	n 6 . A ncy m 1	5.1 .ss [.] cl the	. L um ass id	let e t cl en	G tha los tit	', E t C ure y a	I (G i es. nd	[] nor Ti ! co	Bir rma her om	r(X aliz n E mu	T) zes Bir(ute	be H [X] wi	clc ar) cc th	ose nd ont H	d (the tain	cor at ns	nne H ur	ecto is iipo	ed co ote	co vez ent	mr red ele	nut by em	tat co ent	ive our ts	nta nta	on blį t d	-tr y m are	ivi 1an di
Γh G- čer	eoi ogro con ent	ren ups jugo fro	n 6 . A ncy m 1	5.1 .ss ⁻ cl the	. L um ass id	let e t ci en	G tha los tit	t, E t C ure y a	I (F 1 es. nd	=] nor Ti ! co	Bir rma her om	:(X aliz n E mu	T) zes Bir(ute	be H (X) wi	clc ar) ca th	ose nd on: H	d (the tain	cor at ns	nne H ur	ecto is nipo	ed co ote	co ver ent	mr red ele	nut by em	tat cent	ive our ts	n nta tha	on bly t	-tr y m are	ivi iai di
Γh sul G-	eoi gro con ent	cem ups jugo fro	n 6 . A ncy m 1	5.1 .ss [.] cl	. L um ass id	et e t ci en	G tha los tit	t, E t C ure y a	[<u>(</u> G r es. nd] nor Ti L co	Bir rma her om	·(X aliz n E mu	Z) zes Bir(ute	be H X wi	clc ar) ca th	ose nd ont H	d o tho tai	cor at . ns	nne H ur	ecto is iipo	ed co ote	co vez ent	mr red ela	nut by em	tat cent	ive our ts	: n nta tha	on blį t d	-tr y m are	ivi iai di
Γh sul G- fer	eoi gro con ent	rem ups jugo fro	n 6 . A ncy m 1	5.1 .ss cl the	. L um ass id	let e t en	G tha los tit	', E t C ure y a	[<u>(</u> 7 <i>r</i> 25. nd	=] nor T/ ! co	Bir rma her pm	·(X aliz n E mu	Z) zes Bir(ute	be H [X] wi	clc ar) cc th	ose nd nt H	d d tha tain	cor at . ns	nne H ur	ecto is nipe	ed co ote	co vez ent	mr red ela	nut by em	tat co ent	ive our ts	nta nta	on blį t d	-tr y m are	ivi iai di
Γh sul G-	leoi ogro con ent	cem ups jugo fro	n 6 . A ncy m 1	5.1 .ss [,] cl	. I um ass id	let e t ci en	G tha los tit	t, E t C ure y a	[<u>(</u> ;; nd	[] 101 17 1 2, co	Bir rma her om	·(X aliz n E mu	C) zes Bir(ute	$be \\ H \\ [X]$	clc ar) cc th	ose nd nt H	d d tha tain	cor at . ns	nne H ur	ecto is iip	ed co ote	co vei ent	mr red ela	nut by em	tat cent	ive our ts	n nta tha	on blį	-tr y m are	ivi iai di
Fh sul 3-	ent	cem ups jugo fro	n 6 . A ncy m 1	5.1 .ss [,] cl	. I um ass id	let e t en	G tha los tit	t, E ure y a	[<u>(</u> ;; ; nd	[]] nor 1) 2 co	Bir rma her om	·(X aliz n E mu	C) zes Bir(ute	$be \\ H \\ [X]$	clc ar) cc th	ose id nt H	d d the tain	cor at . ns	nne H ur		ed co ote	co ver ent	mr red ela	nut by em	tat co ent	ive our ts	nta nta tha	on bly t d	-tr y m are	ivi iai di
Γh sul G-	ent	cem ups juge fro	n 6 . A ncy m 1	5.1 .ss [,] cl	. I um ass id	let ci en	G tha los tit	t, E t C ure y a	[<u>{</u> ;;; nd	[] non Th co	Bir rma her om	·(X aliz n E mu	() zes Bir(ute	be H [X] wi	clc ar) cc th	ose nd n H	d d the tain	con at . ns	nne H ur		ed co ote	co ver ent	mr red ela	nut by em	tat co ent	ive our ts	n nta tha	on blų t d	-tr y m are	ivi iai di
Γh G- fer	ent	rem ups jugo fro	n 6 . A ncy m 1	5.1 .ss cl the	. I um ass id	let ci en	G tha los tit	t, E t C ure y a	$I \subseteq \overline{r}$	$\begin{bmatrix} 1\\ non\\ The constant \\ consta$	Bir rma her om	·(X aliz n E mu	() zes Bir(ute	be H X wi	clc ar) cc th	ose nd n H	d d tha tai	con at . ns	nne H ur		ed co ote	co ven ent	mr red ela	nut by em	tat cent	ive our ts	nta nta tha	on blų t d	-tr y m are	ivi iai di
Γh sul G- fer	ent	ren ups jugo fro	n 6 . A acy m 1	5.1 .ss ⁻ cl	. I um ass id	e t ci en	G tha los tit	t, E t C ure y a	$I \subseteq \overline{r}$	$\begin{bmatrix} 1\\ non \\ The constraints \\ constraints \\$	Bir rma her om	·(X aliz n E mu	Z) zes Bir(ute	be H X wi	clc ar) cc th	ose nd n H	d d the tai	con at . ns	nne H ur		ed co ote	co ven ent	mr red ela	nut by em	tat cent	ive oui ts	nta nta tha	on blų t d	-tr y m are	ivi iai di
Γh sul G- fer	ent	ren ups juga fro	n 6 . A acy m 1	5.1 .ss cl the	. I um ass id	e t ci en	G tha los tit	t, E t C ure y a	I (F n es.	$\begin{bmatrix} 1\\ nor\\ T \\ c $	Bir rma her om	·(X aliz n E mu	Z) zes Bir(ute	be H X wi	clc ar) ce th	ose nd onu H	d d tha tai	con at . ns	nne H ur		ed co ote	co ven ent	mr red ela	nut by em	tat cent	ive oun ts	nta nta tha	on blų t d	-tr y m are	ivi iai di

Rough strategy of pf of main theorem: 4: Bir (Pⁿ) ~ Bir(x) Tⁿ Gr Ur grp iso. Tⁿ Tr_n P Translations Torns Torus $\sim \mathcal{U}(T_n)$ ll(Trn) are Ulclosed in Bir(x) ((Tn) and ((Try)) have countable index => (l(Trn) E (l(Tn)) E uncountable ave non-kivigl. ave non-tricial. apply prop. >) $C(Tr_n)$ contains unipotent elements. X-... P r=7 r

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			< 5	f é d		2:	•	•	•		1 1 e	Da 2- f	~ L	 2	· · ·		T	3; r		(~	κ τ.)	۰ ۹		-[-		•	•	•	•
• •	• •	• •	• •		•	•	•	•	· · c	•	P	•	L	i V	P	•	•	In	10	S		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
• •		• •	• •		•	•	•	•	•	•	Y	•	•	•	•	•	•					•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	• •	• •		•	٠	0	•	٠	•	0	v	e	Ň	- •		5	D		٠	2	•	•	٠	•	٠	•	•		•	•	
• •	• •	• •		•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•			٠	•	٠		٠	٠	. –	•	٠	٠	٠	0	٠	٠	•	•	٠	
• •	• •	• •	• •		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
• •	• •	• •	• •		٠		٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠		٠			٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	0		٠	٠	٠	٠	٠
		• •	• •		•	•		•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
		• •			٠				÷	٠	٠				٠	٠	0	٠			٠				•	٠	٠	٠	٠	÷	٠
		• •	• •		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
			• •	•	٠	٠	٠													٠	•			٠					•		۰
		• •		•	٠	٠	٠	٠		٠		٠	٠		٠	٠		٠	٠		٠	٠		٠	0		٠	•	•	٠	
• •		• •	• •		÷	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	• •	• •			٠	٠			٠							٠	٠	•		٠	•	٠			٠	•	•	•	٠	٠	
• •	• •	• •	• •		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
• •	• •	• •	• •	•	٠	•	•	•	•				•			•	•	•	•	•				*	٠	٠			•		
• •	• •	• •	• •		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	• •				•		•			•			•	•		•		•			•		•	•	•				•		
• •	• •	• •	• •		٠		٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠		٠			٠	٠		٠	٠	٠	٠	0		٠	٠	٠	٠	٠
		• •			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
		• •		•							٠											•			•		٠	٠	•	٠	۰
					•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	• •	• •			٠			٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠		•	٠	٠		0	٠	٠	•	٠	٠	
	• •	• •			٠	٠		•	•	٠	٠	۰	٠		٠	•	•	٠	٠	•		٠	٠	•	0	•	٠	٠	•	٠	
• •	• •	• •	• •		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	• •	• •	• •	•	٠		٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠		٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	0	٠	٠	٠	•	٠	٠
• •	• •	• •			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	• •	• •		•	٠		٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	÷	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	0	٠	٠	0	•	٠	
				•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
• •	• •	• •	• •					•		•						•	•			٠							•		•		